

421 ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ  
ΤΜΗΜΑ Α  
ΑΡΙΘΜΟΙ ΜΗΤΡΩΩΝ ΠΕΡΙΤΤΟΙ-ΜΟΝΟΙ  
23-09-2015

- 1) α) Να γράψετε τον αριθμό 116 με βάση το 10 και με βάση το 5. (0.5)  
β) Να δώσετε από τρία παραδείγματα για πρώτους του Fermat, του Mersenne και τελείων αριθμών. (0.5)  
γ) Να βρεθούν ακέραιοι  $a$  και  $b$  ώστε  $(1985, 132) = a1985 + b132$ . (0.5)

2) Αν για τον φυσικό  $n$  ισχύει ότι  $5 \nmid (n-1)$ ,  $5 \nmid n$  και  $5 \nmid (n+1)$ , τότε  $5 \mid (n^2 + 1)$ . (1)

- 3) α) Να βρεθούν οι φυσικοί  $n$  ώστε  $\varphi(2n) = \varphi(n)$ . (1)  
β) Να δείξετε ότι το 9 διαιρεί τον φυσικό  $10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + 5$  για κάθε φυσικό  $n$ . (1)

4) Να βρεθούν οι ακέραιες λύσεις της  $10 \cdot x + 8 \cdot y + 3 \cdot z = 5$ . (1.5)

5) Να λυθεί το σύστημα

$$3 \cdot x \equiv 8 \pmod{13}$$

$$x \equiv 7 \pmod{15}$$

$$3 \cdot x \equiv 1 \pmod{4}$$

(1)

- 6) α) Να βρεθεί μια πρωταρχική ρίζα στο mod 13. (0.5)  
β) Να υπολογισθεί η  $\text{ord}_{13} 3$ . (0.5)

7) Να λυθούν, αν λύνονται, οι εξισώσεις  $9 \cdot x \pmod{13} \equiv 5$  και  $3 \cdot x^2 \pmod{169} \equiv 168$ . (2)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ